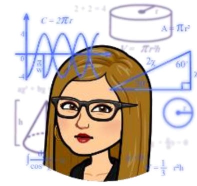


Datos interesantes de Potencias

Las potencias son una forma de escribir un número muy grande de manera reducida.

Esto nos sirve para poder utilizar estos números sin necesidad de escribirlos todos. Esto es muy útil en muchas áreas donde se manejan cantidades grandes como las ciencias, astronomía, física, computación entre otros

El siguiente número es muy famoso, ¿lo conoces? ¿Cómo se llama?

$$\mathbf{10^{100}}$$

Este número se llama **un gúgol**, es la inspiración para el famoso buscador Google, te animas a buscar en internet, porque recibe este nombre.

Otros ejemplos interesantes

1.5×10^8 Km : distancia de la tierra al sol

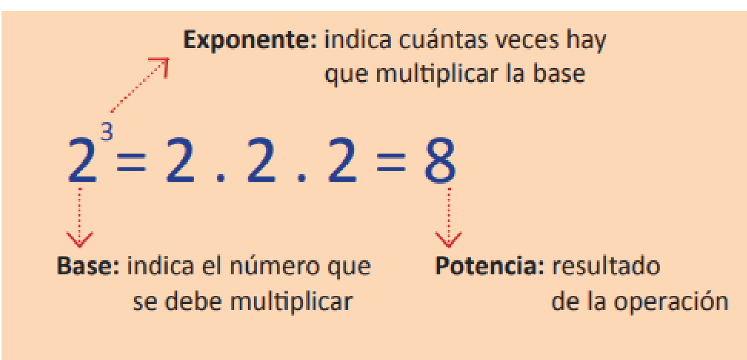
$2^{82\,589\,933} - 1$: número primo conocido más grande

Indicadores de logro:

1. Explica el concepto de potenciación a través de la multiplicación de factores iguales.
2. Construye el concepto de radicación a partir de la potenciación.
3. Resuelve potenciación y radicaciones de números enteros aplicando la definición y la ley de los signos.
4. Halla la raíz de un número entero utilizando la descomposición factorial

Video explicativo: https://www.youtube.com/watch?v=T9PDRIXZ1ww

Potenciación



Una potencia permite escribir de manera simplificada el producto de varios factores iguales.

Potenciación: Problema del juego de ajedrez

Como punto de partida se te plantea un problema relacionado con el tablero de ajedrez, su resolución da entrada al estudio de las potencias, sus elementos, características, así como, una primera aproximación al descubrimiento de patrones de comportamiento para la formulación de sus leyes con exponente entero.

Nadie sabe el origen del ajedrez. Unos piensan que viene de la India, otros de China y otros de Persia. Es probable que fuera introducido en Europa por los árabes que conquistaron España a principios del siglo VIII. Lo que sí parece cierto es que hasta la Edad Media no se conoció en Europa, y que los juegos similares, de los que quedaron trazas en Egipto y Grecia, eran más bien parecidos a las damas.

Te presentamos la leyenda india sobre Sissa y el origen del ajedrez (Sissa, 2011).

En la apartada región de Taligana, India, vivía un rey llamado Ladava. El rey había perdido en una cruenta batalla a su hijo, el joven príncipe Adjamir. La tristeza y la angustia se apoderaron del alma del rey sumiéndolo en un terrible estado de melancolía que le apartaron de la vida pública y de sus súbditos. Bufones, adivinos, músicos y bailarinas hicieron lo imposible para distraer a su Rey. Nada daba resultado.

Un humilde joven llamado Sissa, del pueblo de Lahur, decidió crear un juego para intentar obtener el éxito donde todos habían fracasado y devolver la alegría al corazón de su señor.

Sissa mostró a Ladava una caja en la que guardaba un hermoso tablero de 64 casillas, y un juego de piezas de madera tallada. Explicó a su Rey las reglas del juego y este retó al joven Sissa a una partida animado por la aparente sencillez del mismo. Entusiasmado por la gran cantidad de posibilidades que el juego ofrecía acto seguido invitó a sus ministros a jugar partidas donde estos pudieran exhibir su inteligencia y talento militar. Ladava comprendió la necesidad de planificar sus movimientos y de luchar permanentemente por el logro de unos objetivos, aunque para ello debiera sacrificar a menudo cosas valiosas en pro del bienestar de la mayoría.

Aprendió sobre los errores cometidos en combate y comprendió que la muerte de su hijo no era en vano ya que su vida había contribuido a la victoria obtenida y con ella facilitado la supervivencia del reino de Taligana. El Rey Ladava comenzó a incorporarse poco a poco a la vida pública, a atender los asuntos de estado y las necesidades de su pueblo. Queriendo recompensar al joven Sissa el rey se comprometió a conseguirle cualquier cosa que este deseara. Sissa pidió 1 grano de trigo por la primera casilla del tablero, 2 por la segunda y continuar doblando la cantidad de cada casilla hasta completar las 64 que componían el tablero.

Ladava que tampoco iba excesivamente fino en cuanto a cálculos matemáticos concedió a Sissa su deseo inmediatamente. Días más tarde y una vez que sus consejeros realizaron los mismos se le comunicó al rey la imposibilidad de realizar el deseo de Sissa.

¿Cuántos granos de trigo recibiría Sissa?

Video de la leyenda: https://www.youtube.com/watch?v=ziWYaYjJ8zk

Ahora analicemos la cantidad de granos en cada casilla en la siguiente tabla, llena los espacios en blanco

Casillas	Granos de trigo en la casilla
1	1
2	2
3	4
4	
5	16
6	32
7	64
8	
9	256
16	32768
17	
63	4611686018427387904
64	

Con base en la tabla observa que la cantidad de granos de trigo para cualquier casilla, excepto la primera, se obtuvo al duplicar los granos de trigo de la casilla anterior, es decir, se multiplicó por 2, por ejemplo: 32 x 2 = 64. Asimismo, se observa que los granos de trigo correspondientes a cada casilla del tablero, puede representarse como una potencia de dos.

En la siguiente tabla se representa el número de granos de trigo para cada una de las casillas del tablero de ajedrez en forma abreviada. escribe el número de granos de trigo como una potencia de 2 en las casillas faltantes.

2^{0}	2^{1}	2^{2}	2^{3}	2^{4}	2^{5}	2^{6}	2^{7}
2^{8}	2^{9}	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}
2^{16}	2^{17}	$2^{\square}$	2^{19}	2^{20}	2^{21}	2^{22}	2^{23}
2^{24}	2^{25}	2^{26}	$2^{\square}$	2^{28}	2^{29}	2^{30}	2^{31}
2^{32}	2^{33}	2^{34}	2^{35}	$2^{\square}$	2^{37}	2^{38}	2^{39}
2^{40}	2^{41}	2^{42}	2^{43}	2^{44}	$2^{\square}$	2^{46}	2^{47}
2^{48}	2^{49}	2^{50}	2^{51}	2^{52}	2^{53}	2^{54}	2^{55}
2^{56}	2^{57}	2^{58}	2^{59}	2^{60}	2^{61}	2^{62}	2^{63}

Ahora responde en los espacios lo que se te solicita.

Con base en la sucesión generada en la tabla y en su representación en forma abreviada, ¿cuál es el patrón de la sucesión para obtener el número de granos de trigo para cada una de las casillas del tablero de ajedrez? En este patrón de comportamiento, el exponente *n*, representa un número natural desde 1 hasta 64.

Suma los granos de trigo de cada una de las casillas del tablero de ajedrez y escribe el total.

¿Qué es más fácil de escribir 2^{63} o el número anterior?

Practica lo aprendido en casa

I. Calcula las siguientes potencias

1) $3^3 =$

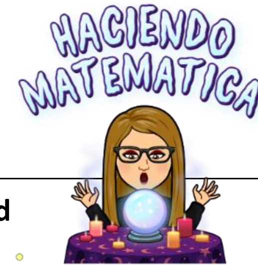
2) $10^5 =$

3) $(-7)^4 =$

4) $(-2)^5 =$

5) Calcula la potencia de <u>tu fecha de nacimiento</u> elevado a la **cero**.
Por ejemplo, como mi cumpleaños es 6 entonces calculo $6^0 =$ Para este ejercicio puedes buscar la respuesta o utilizar calculadora.

II. Cuando llegues a clases compara tus respuestas con los compañeros.



Propiedades de la potenciación

Taller en el aula: Deduciendo propiedades

Mira los ejemplos y resuelve	**Propiedad** **Sean a, b $e\ Z$ y n , m eZ^{+}**
1) $(3^2).(3^3)$ =(3.3).(3.3.3)=(9)(27)=243 2) 3^5 =3.3.3.3.3=243 3) $2^4.2^2 =$ 4) $2^6 =$ 5) $(-3)^2.(-3)^4 =$ 6) $(-3)^6 =$	¿Cómo son las bases en los productos en la 1, 3 y 5? Compara la 1 con la 2; la 3 con la 4; la 5 con la 6 ¿Qué puedes decir?; mira los exponentes y resultados. **Propiedad 1: Producto de potencias de igual base** $\boldsymbol{a^m.a^n = a^{m+n}}$ Ejemplo: $2^3.2^2 = 2^5 = 2.2.2.2.2 = 32$
1) $4^5 \div 4^3 = (4.4.4.4.4) \div (4.4.4) = 1024 \div 64 = 16$ 2) $4^2 = 16$ 3) $(-2)^6 \div (-2)^3 =$ 4) $(-2)^3 =$ **Observación**: El cociente también se puede expresar con raya fraccionaria $\frac{4^5}{4^3}$	¿Cómo son las bases en los productos en la 1 y 3? Compara la 1 con la 2; la 3 y con la 4 ¿Qué puedes decir?; mira los exponentes y resultados. **Propiedad 2: Cociente de potencias de igual base** $\boldsymbol{a^m \div a^n = a^{m-n}}$ $\boldsymbol{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ Ejemplo: $2^5 \div 2^2 = 2^{5-2} = 2^3 = 2.2.2 = 8$ $\frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 2.2.2 = 8$
1) $((-2)^3)^2 = (-2.-2.-2)^2 = (-8)^2 = -8.-8 = 64$ 2) $2^6 = 2.2.2.2.2.2 = 64$ 3) $((3)^2)^3 =$ 4) $3^6 =$	Compara la 1 con la 2; la 3 y con la 4 ¿Qué puedes decir?; mira los exponentes y resultados. **Propiedad 3: Potencia de una potencia** $(a^m)^n = a^{m.n}$

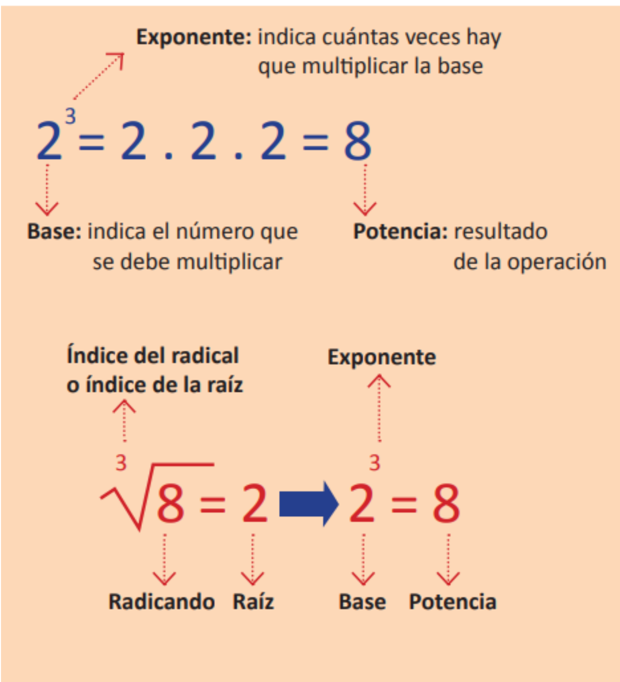
	Ejemplo: $(2^4)^2 = 2^8 = 2.2.2.2.2.2.2.2 = 256$
1) $(2.3)^2 = 6^2 = 6.6 = 36$ 2) $2^2.3^2 = 4.9 = 36$ 3) $(7.4)^3 =$ 4) $7^3.4^3 =$	Compara la 1 con la 2; la 3 y con la 4 ¿Qué puedes decir? **Propiedad 4: Potencia de un producto** $$(a.b)^n = a^n.b^n$$ Ejemplo: $((-2).(8))^2 = (-2)^2.(8)^2 = (4)(64) = 256$
1) $10^1 = 10$ 2) $(-6)^1 = -6$ 3) $25^1 =$ 4) $(-90)^1 =$	**Propiedad 5: Potencia de exponente 1** $$(a)^1 = a$$
1) $3^0 = 1$ 2) $(-100)^0 = 1$ 3) $9^0 =$ 4) $(-8)^0 =$	**Propiedad 6: Potencia de exponente 0** $$(a)^0 = 1$$

Radicación

Las actividades que realizaste con anterioridad te permitieron comprender el significado de las potencias, la deducción de sus leyes con **exponente entero y su operatividad**. En este apartado estudiarás la operación inversa de la potenciación, llamada **radicación**, su representación simbólica es una **potencia con exponente fraccionario.** Por lo que**:**

$$\sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}}$$

Veamos la siguiente representación para entender su relación con la potenciación.



La **radicación** es la operación que consiste en determinar un número llamado raíz que multiplicado tantas veces como lo especifica el índice, da como resultado el número que se encuentra en el radical (radicando).

Cuando el radicando es positivo la raíz es positiva con índice par o impar, sin embargo, cuando el **radicando es negativo**, sólo tiene raíz negativa para índice impar, mientras que, para índice par, **la raíz no existe** y cuando el radicando es cero, la raíz es cero para índice par e impar.

Ahora revisa los siguientes ejemplos en los que se aplica esta ley:

Es importante mencionar que para obtener las raíces de los radicales propuestos es conveniente representar al radicando como potencias de sus factores primos y extraer la raíz, según corresponda.

Raíz cuadrada $\sqrt{25}$

$\sqrt{25} = \sqrt{(5)^2} = 5$, ya que $5^2 = 25$

25	Factores primos
5	5
1	5

$$25 = 5^2$$

Raíz cúbica $\sqrt[3]{64}$

$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$, puesto que $4^3 = 64$

64	Factores primos
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2

$$64 = 2^6 = \left((2)^2\right)^3 = 4^3$$

Raíz cuarta $\sqrt[4]{81}$

$\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$, puesto que $3^4 = 81$

81	Factores primos
27	3
9	3
3	3
1	3

$$81 = 3^4$$

Raíz quinta $\sqrt[5]{3125}$

$\sqrt[5]{-3125} = \sqrt[5]{-5^5} = -5$, puesto que $-5^5 = -3125$

3125	Factores primos
625	5
125	5
25	5
5	5
1	5

$$-3125 = -5^5$$

De acuerdo con los ejemplos presentados el procedimiento para obtener la raíz del radicando a, éste se escribe como una potencia de exponente igual al índice del radical. Ahora como la raíz y la potencia son operaciones inversas, el índice del radical y el exponente de la potencia se neutralizan y la raíz es la base de la potencia. La generalización, para la extracción de la raíz n enésima del radicando a, es mediante la expresión algebraica es $\sqrt[n]{a} = b$ ya que $a = b^n$

Puedes observar que las raíces obtenidas son perfectas (tienen raíz n-enésima exacta), sin embargo, también existen radicales cuyas raíces no son exactas.

Practica en el aula

Completa la siguiente tabla, calculando las raíces indicadas

Raíz para calcular	Factores primos	Respuesta
Ejemplo: $\sqrt[3]{64}$ ✓ Observar el índice (3) ✓ Descomponer 64 en factores primos y expresar como potencias de 3 (índice) ✓ Desarrollar la potencia que resulta.	64 - 2 32 - 2 16 - 2 8 - 2 4 - 2 2 - 2 1 $2^6 = 2^2.2^2.2^2 = (2^2)^{\mathbf{3}}$	$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{(2^2)^3} = 2^2 = 4$
$\sqrt{49}$		
$\sqrt[3]{27}$		
$\sqrt[5]{-243}$		
$\sqrt{-16}$		
$\sqrt[3]{-125}$		